

---

*Prüfungsdauer:* 180 Minuten

*Bewertung:* Eine vollständige, ausführlich hergeleitete und sauber dargestellte Lösung einer Aufgabe wird mit 11 Punkten bewertet. Die Note 6 wird für 40 Punkte erteilt.

*Darstellung:* Für jede Aufgabe ist ein neuer Bogen zu verwenden.

*Hilfsmittel:* Formelsammlung DMK  
TI-92 oder Voyage 200

*Der Einsatz der Hilfsmittel ist klar anzugeben.*

---

### Aufgabe 1

Eine ganzrationale Funktion 3. Grades hat bei  $x = 0$  eine Nullstelle und bei  $x = 2$  einen Wendepunkt mit der Wendetangente  $3x - 2y - 8 = 0$ .

a) Bestimme die Funktionsgleichung  $f(x)$ .

Wenn man die Teilaufgabe a) nicht lösen kann, verwende man für die folgenden Teilaufgaben die

$$\text{Funktion } f(x) = -\frac{1}{12}x^3 + x^2 - 3x$$

b) Untersuche die Funktion (Nullstellen, Extrema, Wendepunkt) und skizziere den Graphen mit den Nullstellen, Extrema und dem Wendepunkt mit der Wendetangente.

c) Berechne den Flächeninhalt der Fläche, die die Kurve und die Normale im Wendepunkt begrenzen.

d) Die vom Graphen der Funktion  $f$  und der  $x$ -Achse begrenzte Fläche rotiert um die  $y$ -Achse. Bestimme das Volumen des erzeugten Körpers.

### Aufgabe 2

Das Quadrat  $A(-1 / -4 / -1)$ ,  $B(3 / -2 / 3)$ ,  $C(1 / -6 / 7)$  und  $D$  ist die Grundfläche einer geraden Pyramide mit der Spitze  $S(-6 / 1 / 6)$ .

a) Bestimme die Koordinaten von  $D$  und eine Koordinatengleichung der Ebene  $E$ , in welcher die Grundfläche  $ABCD$  liegt.

b) Berechne das Volumen der Pyramide.

c) Berechne den Winkel zwischen der Grundfläche und einer Seitenkante.

d) Bestimme die Koordinaten des Punktes  $P$ , der von den 5 Ecken  $ABCD S$  der Pyramide den gleichen Abstand hat.

e) Berechne den kürzesten Abstand des Mittelpunktes  $M$  der Grundfläche von einer Seitenkante.

### Aufgabe 3

In einer Matura-Klasse sind 15 Damen und 9 Herren. Für eine Umfrage mit längeren Interviews wählt man zufällig 7 Klassenmitglieder aus. Die Zufallsvariable  $X$  ist die Anzahl Herren in der Stichprobe.

- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass man  $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$  Herren ausgewählt hat? Zeichne die Verteilung der Zufallsvariablen  $X$ . Wähle dazu ein geeignetes Koordinatensystem.
- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 1 Herr in der Stichprobe ist?  
Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 4 Damen in der Stichprobe sind?
- Berechne den Erwartungswert für die Anzahl Herren in der Stichprobe.
- Von den Damen wohnen  $\frac{2}{3}$  und von den Herren  $\frac{1}{3}$  in der Stadt. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Mitglied der Klasse, das in der Stadt wohnt, eine Dame ist?

### Aufgabe 4

Löse die voneinander unabhängigen Kurzaufgaben:

- Auf wie viele Arten kann man aus der Menge  $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  gleichzeitig drei Zahlen auswählen, deren Summe durch 3 teilbar ist?
- Gegeben ist die gebrochene rationale Funktion  $f: y = f(x) = \frac{2x^3 - 17x^2 + 33x - 18}{3x^2 - 12x + 9}$   
Untersuche den Definitionsbereich und bestimme die Asymptoten der Funktion. Skizziere den Graphen der Funktion mit den Asymptoten.
- Der Graph einer Parabel 2. Ordnung berührt den Graphen der Funktion  $f(x) = 1 - \cos(x)$  in seinen ersten zwei Wendepunkten mit positiven Abszissen. Bestimme die Funktionsgleichung der Parabel und den Scheitel des Graphen.