

| | |
|----------------------|---|
| Prüfungsdauer | 180 Minuten |
| Erlaubte Hilfsmittel | Formelsammlung „Formeln und Tafeln“, Orell-Füssli Taschenrechner TI-voyage200 oder TI-92plus (ohne Handbuch) |
| Maximale Punktzahl | 44 Punkte aus 5 Aufgaben |
| | Note 6 für 40 Punkte |

Die Lösungsschritte müssen nachvollziehbar sein.

Auf eine saubere und übersichtliche Darstellung wird Wert gelegt.

Bitte für jede Aufgabe einen neuen Bogen verwenden.

Aufgabe 1

5 Punkte

Eine ganzrationale Funktion f vom Grad 4 hat in $W(1 | 2)$ einen Wendepunkt. Die Normale n im Wendepunkt W schneidet den Graphen der Funktion f wieder im Punkt $P(-1 | 4)$. Die Fläche, die unten vom Graphen der Funktion f und oben vom Graphen der Normalen n eingeschlossen wird, beträgt $\frac{14}{5}$.

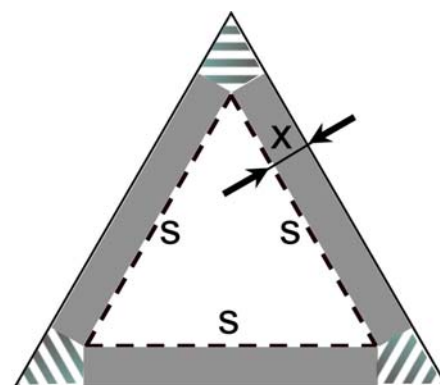
Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von f .

Aufgabe 2

7 Punkte

Aus einem gleichseitigen Kartondreieck mit Seitenlänge 1 m werden zuerst die schraffierten Flächen ausgestanzt. Anschliessend werden die grauen Rechtecke entlang der gestrichelten Linien so gefaltet, dass eine Schachtel der Form eines geraden Prismas mit Höhe x entsteht.

- a) Zeigen Sie, dass die Seitenlänge s (siehe Bild) mit $s = 1 - 2 \cdot \sqrt{3} \cdot x$ angegeben werden kann.



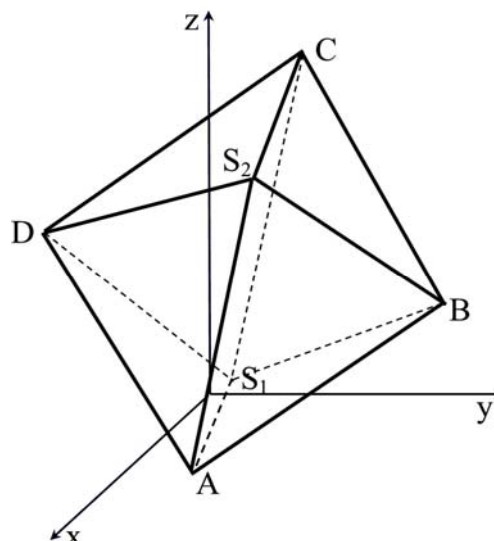
- b) Für welche Höhe x ist das Schachtelvolumen maximal?

Aufgabe 3

11 Punkte

Die Punkte $A(6 \mid 3 \mid 1)$, $B(2 \mid 7 \mid 3)$, $C(0 \mid 3 \mid 7)$, D , $S_1(-1 \mid 1 \mid 0)$ und S_2 bestimmen als Eckpunkte eine gerade Doppelpyramide mit dem Quadrat $ABCD$ als gemeinsamer Grundfläche (siehe Bild).

Beide Einzelpyramiden haben Höhen gleicher Länge.



- Bestimmen Sie die Koordinaten der Punkte D und S_2 .
- Auf der Strecke \overline{AC} existiert genau ein Punkt P , welcher in der Ebene $E: 19x - 32y + 12z = 16$ liegt. Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes P .
- Bestimmen Sie den Winkel zwischen den Seitenflächen ABS_1 und BCS_1 .
- Bestimmen Sie den Abstand des Punktes B zur Geraden (CS_1) .

Aufgabe 4

11 Punkte

Gegeben sind beiden Funktionen $f(x) = \frac{x^3 - 4}{4(x-2)^2}$ und $g(x) = \frac{x^2 + ax + 4}{4(x-b)}$ mit $a, b \in \mathbb{R}$.

- Führen Sie eine Funktionsuntersuchung von f durch (Nullstellen, Extrema, Wendestellen, Asymptoten) und zeichnen Sie den Graphen in einem geeigneten Koordinatensystem.
- Das Flächenstück, dass vom Graphen der Funktion f , dem Graphen seiner schiefen Asymptote und den beiden Koordinatenachsen im 1. Quadranten eingeschlossen wird, rotiert um die x -Achse. Berechnen Sie das Volumen dieses Rotationskörpers.
- Bestimmen Sie die Parameter a und b der Funktion g so, dass f und g dieselben Asymptoten haben.

Die von Franz bei drei Buchhandlungen bestellten Bücher liegen einzeln verpackt bei ihm auf dem Zimmerboden. Die einzelnen Buchhandlungen haben die Bücher jeweils mit ihrem speziellen Papier verpackt. Es sind dies ...

- 6 Bände von Lessing, je in rot eingepackt,
- 4 Bände von Schiller, je in gelb eingepackt und
- 8 Bände von Goethe, je in blau eingepackt.

Franz hebt zufällig 3 Bücher auf.

- a1) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die 3 Bücher vom gleichen Autor stammen?
- a2) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass er von jedem Autor genau ein Buch aufhebt?
- a3) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens ein Buch von Goethe dabei ist?

Franz stellt die noch eingepackten Bücher nebeneinander auf ein Bücherbrett.

- b) Wie viele Farbmuster sind möglich, wenn alle Bücher auf dem Brett Platz finden?

Anschliessend packt Franz alle Bücher aus.

- c1) Wie viele Möglichkeiten hat er nun, sie nebeneinander auf das Bücherbrett zu stellen?
- c2) Wie viele Möglichkeiten hat er, wenn er die Bücher nach den Autoren gruppiert?

Franz stellt sich aus den 18 Büchern blind eine Ferienlektüre aus 6 Büchern zusammen.

- d1) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens 2 Bücher von Lessing dabei sind?
- d2) Franz stellt fest, dass er von zwei Autoren je drei Bücher ausgewählt hat. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass Schiller einer der beiden Autoren ist?