

Prüfungsdauer	180 Minuten
Erlaubte Hilfsmittel	Formelsammlung „Formeln und Tafeln“ Taschenrechner TI-92 (ohne Handbuch)
Maximale Punktzahl	37 Punkte aus 4 Aufgaben Note 6 für 34.5 Punkte

Zu jeder Aufgabe gehört ein ausführlicher Lösungsweg!
Es wird Wert auf eine saubere und übersichtliche Darstellung gelegt.

- Jede Aufgabe ist auf einen neuen Bogen zu schreiben.
- Jeder Bogen ist mit persönlicher Nummer, Name und Klasse zu beschriften.

Aufgabe 1

9.5 Punkte

Von der Pyramide ABCDS sind die vier Punkte $A(4|-3|0)$, $B(0|1|2)$, $C(2|5|7)$ und $S(2|-3|5)$ bekannt.

- Stelle eine Koordinatengleichung der Ebene E_{ABC} durch die Punkte A, B und C auf.
- In welchem Punkt durchstösst die Gerade durch die Pyramidenspitze S und den Ursprung die Ebenen E_{ABC} ?
- Die Punkte A, B, C und D bilden die Ecken eines Trapezes. Die Seite \overline{AB} ist zudem halb so lang wie die zu ihr parallele Seite \overline{CD} . Bestimme die Koordinaten der Ecke D.
- Bestimme die Geradengleichung der Winkelhalbierenden w_γ des Winkels $\angle SCB$.
[→ Resultat auf drei Dezimalstellen runden.]
- Welche Punkte auf der Geraden AB haben von der Pyramidenspitze S die Entfernung 6?

Aufgabe 2

10 Punkte

Betrachtet wird die Funktionsschar $f_k(x) = x + \frac{k^2}{x} + \frac{1}{k}$ für $k > 0$.

- Bestimme für $k = 1$ den Definitionsbereich der Funktion $f_k(x)$ und berechne vorhandene Hoch-, Tief- und Wendepunkte sowie Asymptoten. Zeichne den Graphen von $f_1(x)$ über dem Intervall $[-5; 5]$.
- Berechne die Gleichung jener Tangenten an den Graphen der Funktion $f_1(x)$, die durch den Ursprung führt.
- Berechne den Parameterwert k , für den die y-Koordinate des Tiefpunktes von $f_k(x)$ am kleinsten wird. Berechne die Koordinaten dieses Tiefpunktes.

Aufgabe 3

8.5 Punkte

An einem Stadtlauf werden den 34 Läuferinnen die Startnummern 1 bis 34 zugelost.

- a) Wie viele verschiedene Startnummernzulösungen sind möglich?
- b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die 5 teilnehmenden Luzernerinnen in beliebiger Reihenfolge die Startnummern 1, 2, 3, 4 und 5 zugelost erhalten?
[→ Resultat als gekürzten Bruch angeben.]
- c) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die 5 Luzernerinnen direkt aufeinander folgende Startnummern (z. B. 28 bis 32 oder 7 bis 11) zugelost erhalten?
[→ Resultat als gekürzten Bruch angeben.]
- d) Nach dem Lauf werden 8 zufällig bestimmte Läuferinnen zum Dopingtest aufgeboten. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass
 - i) alle 5 Luzernerinnen,
 - ii) genau 3 der 5 Luzernerinnen,
 - iii) mindestens 1 der 5 Luzernerinnen zum Test aufgeboten werden?
- e) Nehmen wir an, dass die Läuferinnen in der Reihenfolge ihrer Startnummern zum Dopingtest aufgeboten werden und dass bei einem solchen Rennen 10% der Läuferinnen gedopt sind.
 - i) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Läuferin mit Startnummer 7 die erste gedopte Läuferin?
 - ii) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist spätestens die Läuferin mit Startnummer 5 die erste gedopte Läuferin?
 - iii) Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind mindestens 5 der 34 Läuferinnen gedopt?
 - iv) Wie viele Läuferinnen müssten teilnehmen, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99% mindestens eine der Läuferinnen gedopt ist?

Aufgabe 4

9 Punkte

Der Graph einer ganzrationalen Funktion $f(x)$ vom Grad 3 schneidet die y -Achse bei $y = 2$ sowie die x -Achse bei $x = -2$. Sie berührt zudem die x -Achse im Berührungspunkt $S(1|0)$.

- a) Bestimme die Funktionsgleichung $y = f(x)$.
→ Falls die Funktionsgleichung unter a) nicht ermittelt werden konnte, ist mit der Ersatzfunktion $f(x) = x^3 - 3 \cdot x^2 + 4$ und dem Berührungspunkt $S(2|0)$ weiterzurechnen.
- b) Berechne den Inhalt der Fläche, welche vom Graphen der Funktion $f(x)$ und der x -Achse eingeschlossen wird.
- c) Die Fläche aus b) soll vom Graphen einer quadratischen Funktion mit Scheitelpunkt S halbiert werden. Bestimme die Funktionsgleichung dieser quadratischen Funktion.
- d) Die Fläche zwischen dem Graphen von $f(x)$ und der Tangente im Hochpunkt von $f(x)$ wird um die x -Achse rotiert. Berechne das Volumen dieses Drehkörpers.