Matura 2003 **Grundlagenfach Mathematik** **(Serie B)**

1. a) E_{ABC}: $x + 2y - 2z + 2 = 0$

   b) $Q\left(\frac{2}{7} \mid -\frac{3}{7} \mid \frac{5}{7}\right)$

   c) D (10 | –3 | 3) oder: D (–6 | 13 | 11)

   d) Winkelhalbierende ω_γ: $\vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -0.298 \\ -1.566 \\ -0.988 \end{pmatrix}$

   e) $Q_1\left(-\frac{2}{3} \mid \frac{5}{3} \mid \frac{7}{3}\right)$ und $Q_2\left(\frac{14}{3} \mid -\frac{11}{3} \mid -\frac{1}{3}\right)$

2. a) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$; $f_1(x)$ hat weder Nullstellen noch Wendepunkte; H(-1|-1), T(1|3)
   $x = 0$ ist eine senkrechte Asymptote mit Zeichenwechsel; schiefe Asymptote: $y = x + 1$

   b) $f_1(x)$ hat in $P_0\left(-2 / -\frac{3}{2}\right)$ die Ursprungstangente **t** mit der Gleichung $y = \frac{3}{4}x$.

   c) $T\left(\frac{1}{\sqrt{2}} / 2\sqrt{2}\right)$

3. a) $34! \approx 2.95 \cdot 10^{38}$

   b) $\frac{1}{278256} \approx 0.00036\%$

   c) $\frac{5}{46376} \approx 0.01078\%$

   d) i. $\frac{7}{43782} \approx 0.02\%$ ii. $\frac{2275}{34782} \approx 6.54\%$ iii. $\frac{4829}{6324} \approx 76.36\%$

   e) i. $0.9^6 \cdot 0.1 \approx 0.053 = 5.3\%$ ii. $0.4095 \approx 41.0\%$ iii. $1 - 0.7504 \approx 25.0\%$
   iv. Es müssen also mindestens 44 Läuferinnen teilnehmen.

4. a) $f(x) = x^3 - 3x + 2 = (x+2)(x-1)^2$

   b) $F = \frac{27}{4}$

   c) $p(x) \approx 0.48 \, (x-1)^2$

   d) $V = \frac{1161}{35}\pi \approx 104.21$

Matura 2003 **Grundlagenfach Mathematik** **(Serie C)**

1.1 a) Die Luftlinie AC ist länger. $\overline{\mathbf{AC}} \approx 11.22\,\text{LE}$ $\overline{\mathbf{AB}} \approx 7.35\,\text{LE}$

b) Man muss mit dem Ballon 6 Einheiten senkrecht aufsteigen.

1.2 Die beiden Flugbahnen schneiden sich nicht, sie sind windschief.

2.1 a) (1) $P(2) = \frac{4}{36}$, $P(5) = \frac{4}{36}$, $P(6) = \frac{12}{36}$, $P(8) = \frac{1}{36}$, $P(9) = \frac{6}{36}$, $P(10) = \frac{9}{36}$

(2) P(zwei verschiedene Zahlen) = $\frac{22}{36}$

b) Ab 26 Ziehungen ist die Wahrscheinlichkeit grösser als 99%.

c) Es ist wahrscheinlicher bei sechs Ziehungen mindestens zweimal eine 5 zu ziehen.

2.2 a) Die Wahrscheinlichkeit beträgt 0,2.

b) Die Wahrscheinlichkeit beträgt 0,4.

3. a)

b) Diskriminante D = 16 - 20 = -4 Keine Lösung!

c) $y = (4t - 4)\cdot x - 2t^2 + 5 \qquad t \in \mathbb{R}$

d) $x_{1,2} = 2(t-1) \pm \sqrt{2t^2 - 8t + 9}$

e) $4(2t^2 - 8t + 9)(16t^2 - 32t + 17) = d(t)$

f) $t \approx 1{,}0435$ (Einzige reelle Lösung)

4. a) Die Fläche beträgt eine Flächeneinheit.

b) Das grössere Teilstück macht einen Anteil von $\frac{367}{375}$ (97.9%) aus.

c) $V = \pi \cdot \left(\frac{a}{2+a} + \frac{1}{2a^2 - 1}\right)$

d) Die Gerade kommt in der Höhe von $b \approx 0.514$ zu liegen.

5.1 $x_1 = \frac{\pi}{8}$; $x_2 = \frac{5\pi}{8}$; $x_3 = \frac{9\pi}{8}$; $x_4 = \frac{13\pi}{8}$

5.2 $y = -\frac{1}{4k}\cdot x^3 + \frac{3}{4}k \cdot x$

5.3 a) Es gibt 840 Anordnungsmöglichkeiten.

b) Bei 120 Anordnungen treten die drei E's nebeneinander auf.

c) Bei 480 Anordnungen treten genau zwei E's nebeneinander auf.

Matura 2003 **Grundlagenfach Mathematik** **(SFPAM)**

1. a) $S(4/2/3)$

   b) $3x-3y+z-9=0$

   c) $s:\ \vec{r}(t)=\begin{pmatrix}6\\3\\0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}2\\1\\-3\end{pmatrix}$

   d) $\alpha=\arccos\left(\dfrac{16}{\sqrt{364}}\right)\approx 33.0045°$

2. a) $f(x)=0 \Leftrightarrow x\le 0$ oder $x\ge 5$

   b) $f'(x)=\dfrac{df(x)}{dx}=\begin{cases}\dfrac{2}{25}x^2(15-4x), & \text{falls } 0\le x<5\\ \text{nicht definiert}, & \text{falls } x=5\\ 0 & \text{sonst}\end{cases}$

   f ist differenzierbar für $x\ne 5$

   c) Absolutes Maximum bei $x=\dfrac{15}{4}$, Hochpunkt $H\left(\dfrac{15}{4}\Big/\dfrac{675}{128}\right)$.

   $\mathbb{W}=\left\{y \,\middle|\, 0\le y\le \dfrac{675}{128}\right\}$

   d) Wendepunkt $W\left(\dfrac{5}{2}\Big/\dfrac{25}{8}\right)$ Wendetangente t: $y=\dfrac{5}{2}x-\dfrac{25}{8}$

3. a) $E(X)=294$

   b) $P(Y=n)=\binom{n-1}{2}0.2^3\,0.8^{n-3}$

   c) $E(Y)=\sum_{k=3}^{\infty}k\binom{k-1}{2}\,0.2^3\,0.8^{k-3}=15$

4. a) $A_{min}=A\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{4}-\dfrac{\pi}{12}\approx 0.171$

   b) $V(a)=\dfrac{\pi}{6}\left(6a^2-3a\pi+4\right)$

   c) $V_{min}=\dfrac{\pi\left(32-3\pi^2\right)}{48}\approx 0.1565$

5. a) Menge $\mathbb{A}$: $y=-\dfrac{1}{4}(x-3)^2+5$

Parabel, nach unten geöffnet und mit Scheitelpunkt S(3+5i).
Menge $\mathbb{B}$: $y=-2x+15$

Der Berührpunkt ist B(7+i).

b) $\cos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) > \sin\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

c) Anzahl 7-stelliger Codewörter: 10^7

Anzahl 7-stelliger Codewörter ohne Ziffer "1":: 9^7

Anzahl 7-stelliger Codewörter mit genau einer Ziffer "1": $\binom{7}{1}9^6$

Anzahl 7-stelliger Codewörter mit genau zwei Ziffern "1": $\binom{7}{2}9^5$

Gesuchte Anzahl Codewörter: $10^7 - \left[9^7 + \binom{7}{1}9^6 + \binom{7}{2}9^5\right] = 256'915$

6. a) $y(x) = c\ e^{-x^{\frac{3}{2}}}$

   b) $z(x) = 2(x^{\frac{3}{2}} - 1)$

   c) $y(x) = c\ e^{-x^{\frac{3}{2}}} + z(x) = c\ e^{-x^{\frac{3}{2}}} + 2(x^{\frac{3}{2}} - 1)$

   d) $y(x) = 3\,e^{-x^{\frac{3}{2}}} + 2(x^{\frac{3}{2}} - 1)$

7. a) $y = -x + 1$ Gerade

   b) $v = -\frac{1}{2}u^2 + \frac{1}{2}$ Parabel: nach unten geöffnet mit dem Scheitel S (0 / ½)

   c) Der Graph von $\mathbb{M}$ ist Tangente an den Graph von $\mathbb{M}'$ im Punkt B(1/0)
   Begründung: Es gibt nur einen Schnittpunkt

8. a) H0 : $p0 = p1 = 3\ \%$ Nullhypothese möchte man verwerfen
   H1 : $p1 > p0 = 3\%$ Alternativhypothese möchte man annehmen
   Es ist $T = 9 < T_{0.95} = 11 \Rightarrow$ Der Grossverteiler muss die Lieferung akzeptieren.

   b) $P(\mathbf{T} = X \geq 9) \approx 0.147 \approx 15\%$

   c) Die Wahrscheinlichkeit, dass man die Lieferung fälschlicherweise nicht zurück weist, ist 7%.