KANTON LUZERN
Bildungs- und Kulturdepartement

Kantonsschule Alpenquai Luzern

Schriftliche Maturitätsprüfung 2021

Fach	Grundlagenfach Mathematik
Prüfende Lehrpersonen	Essodinam Alitiloh essodinam.alitiloh@edulu.ch Sibille Burkard sibille.burkard@edulu.ch Patrik Hess patrik.hess@edulu.ch
Klassen	6g, 6h, 6i
Prüfungsdatum	Dienstag, 25. Mai 2021
Prüfungsdauer	180 Minuten
Erlaubte Hilfsmittel	- Formelsammlung «Formeln, Tabellen, Begriffe» - Taschenrechner: TI-30X Pro MV (ohne Handbuch), (oder vergleichbarer Rechner)
Anweisungen zur Lösung der Prüfung	- Es wird Wert auf eine saubere Darstellung gelegt. - Jede Aufgabe soll einen vollständigen und nachvollziehbaren Lösungsweg enthalten. - Jede Aufgabe soll auf einem neuen Bogen begonnen werden. - Jeder Bogen ist mit dem Namen zu beschriften.
Anzahl erreichbarer Punkte	Aufgabe 1: 11 Aufgabe 2: 9 Aufgabe 3: 10 Aufgabe 4: 4 Aufgabe 5: 6 Total: 40 Linearer Bewertungsmassstab: Note 6.0 bei mindestens 37 Punkten Note 4.0 bei mindestens 21.5 Punkten
Anzahl Seiten (inkl. Titelblatt)	5

	a	b	c	d	e	f	**Punkte**
Aufgabe 1 – Analysis	1	3	3	1	1	2	**11**

Die Funktion f ist gegeben durch $f(x)=\dfrac{x^2}{2x-3}$.

Ihre ersten beiden Ableitungsfunktionen lauten $f'(x)=\dfrac{2x^2-6x}{(2x-3)^2}$ und $f''(x)=\dfrac{18}{(2x-3)^3}$.

a) Weisen Sie mit Hilfe von passenden Ableitungsregeln nach, dass f' die erste Ableitungsfunktion von f ist.

b) Bestimmen Sie die Nullstellen, den Definitionsbereich sowie die Gleichungen sämtlicher Asymptoten des Graphs von f.

c) Berechnen Sie die Koordinaten von Extrempunkten von f und geben Sie die Art des Extremums an.

d) Zeichnen Sie mit Hilfe Ihrer Ergebnisse aus b) und c) den Graphen von f in ein passendes Koordinatensystem ($-5 \le x \le 10$).

e) Die Gerade $y=4$ schliesst mit dem Graphen von f im ersten Quadranten ein Flächenstück ein. Berechnen Sie den Inhalt A (Angabe von Stammfunktion ist nicht erforderlich).

Ausserdem ist die Funktion g gegeben durch $g(x)=-x^2+8$.

f) Weisen Sie nach, dass sich die beiden Graphen G_f und G_g im ersten Quadranten im Punkt $P(2\,|\,4)$ berühren.

	a	b	c	Punkte
Aufgabe 2 – Analysis	2.5	2.5	4	**9**

Der Graph einer Funktion f hat im Punkt $E(2\,|\,16)$ eine horizontale Tangente. Ausserdem ist die zweite Ableitungsfunktion gegeben durch $f''(x) = -12x^2 + 16$.

a) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von f.

Verwenden Sie im Folgenden $f(x) = -\frac{1}{9}x^4 + 2x^2$.

b) Berechnen Sie die Nullstellen von f und zeichnen Sie den Graphen.

c) Ein gleichschenkliges, zur y-Achse symmetrisches Dreieck hat seine Spitze in $S(0\,|\,13)$. Die beiden anderen Ecken liegen auf dem Graphen von f im Bereich $-3 \le x \le 3$. Berechnen Sie die Koordinaten dieser beiden Punkte so, dass der Flächeninhalt des Dreiecks maximal ist.

	a	b	c	d	e	f	Punkte
Aufgabe 3 – Vektorgeometrie	2	1	2	2	1	2	**10**

Gegeben sind die Punkte $A(0|-4|3)$, $B(1|4|-2)$ und $C(-2|4|1)$ sowie die Gerade

$$g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ -6 \end{pmatrix}.$$

a) Die Punkte A, B und C bestimmen die Ebene E. Geben Sie die Gleichung der Ebene E in Koordinatenform an.

Verwenden Sie im Folgenden $E: \quad 2x + y + 2z = 2$.

b) Zeigen Sie mit Hilfe von a), dass die Gerade g parallel zur Ebene E verläuft.

c) Weisen Sie rechnerisch nach, dass das Dreieck ABC rechtwinklig ist und berechnen Sie den Flächeninhalt sowie den Umfang.

d) Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes T auf der Geraden g, der von A die geringste Entfernung hat.

e) Das Dreieck ABC und der Punkt T bilden eine Pyramide. Zeigen Sie, dass AT senkrecht zur Ebene E verläuft, und berechnen Sie das Pyramidenvolumen.

Gegeben ist ausserdem die Ebene F: $z = 0$.

f) Beschreiben Sie mit Worten die besondere Lage von F im Koordinatensystem und berechnen Sie den Schnittwinkel zwischen den Ebenen E und F.

	a	b	c	d	Punkte
Aufgabe 4 – Kombinatorik	1	1	1	1	**4**

Gegeben sind die Ziffern $0, 2, 3, 5, 7, 8$.

a) Wie viele *4-stellige* Zahlen können daraus gebildet werden, wenn jede Ziffer höchstens einmal verwendet werden darf?
Hinweis: 0235 = 235 ist eine dreistellige Zahl.

b) Wie viele dieser *4-stelligen* Zahlen sind durch 5 teilbar?

c) Wie viele dieser *4-stelligen* Zahlen sind grösser als 3000?

d) Wie viele *4-stellige* Zahlen können aus diesen Ziffern gebildet werden, wenn jede Ziffer beliebig oft verwendet werden darf?

	a	b	Punkte
Aufgabe 5 – Wahrscheinlichkeitsrechnung	4	2	**6**

Ein Glücksrad ist in drei Sektoren eingeteilt, wobei die Zentriwinkel $\alpha = 45°$, $\beta = 90°$ und $\gamma = 225°$ betragen.

a) Das Glücksrad wird fünfmal gedreht. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse:
   a_1) Der Zeiger des Rades bleibt jedes Mal im grössten Sektor stehen.
   a_2) Der Zeiger des Rades bleibt genau dreimal im Sektor von mittlerer Grösse stehen.
   a_3) Der Zeiger des Rades bleibt mindestens dreimal im kleinsten Sektor stehen.

b) Wie oft muss das Rad gedreht werden, damit der Zeiger mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 0.95 mindestens einmal im kleinsten Sektor des Rades stehen bleibt?
Die einzelnen Schritte zur Lösung der Ungleichung werden verlangt.

KANTON LUZERN
Bildungs- und Kulturdepartement

Kantonsschule Alpenquai Luzern

Schriftliche Maturitätsprüfung 2021

Lösungen

Fach	Grundlagenfach Mathematik
Prüfende Lehrpersonen	Essodinam Alitiloh essodinam.alitiloh@edulu.ch Sibille Burkard sibille.burkard@edulu.ch Patrik Hess patrik.hess@edulu.ch
Klassen	6g, 6h, 6i
Prüfungsdatum	Dienstag, 25. Mai 2021
Prüfungsdauer	180 Minuten
Erlaubte Hilfsmittel	- Formelsammlung «Formeln, Tabellen, Begriffe» - Taschenrechner: TI-30X Pro MV (ohne Handbuch), (oder vergleichbarer Rechner)
Anweisungen zur Lösung der Prüfung	- Es wird Wert auf eine saubere Darstellung gelegt. - Jede Aufgabe soll einen vollständigen und nachvollziehbaren Lösungsweg enthalten. - Jede Aufgabe soll auf einem neuen Bogen begonnen werden. - Jeder Bogen ist mit dem Namen zu beschriften.
Anzahl erreichbarer Punkte	Aufgabe 1: 11 Aufgabe 2: 9 Aufgabe 3: 10 Aufgabe 4: 4 Aufgabe 5: 6 Total: 40 Linearer Bewertungsmassstab: Note 6.0 bei mindestens 37 Punkten Note 4.0 bei mindestens 21.5 Punkten
Anzahl Seiten (inkl. Titelblatt)	5

	a	b	c	d	e	f	Punkte
Aufgabe 1 – Analysis	1	3	3	1	1	2	**11**

Die Funktion f ist gegeben durch $f(x)=\frac{x^2}{2x-3}$.

Ihre ersten beiden Ableitungsfunktionen lauten $f'(x)=\frac{2x^2-6x}{(2x-3)^2}$ und $f''(x)=\frac{18}{(2x-3)^3}$.

a) Weisen Sie mit Hilfe von passenden Ableitungsregeln nach, dass f' die erste Ableitungsfunktion von f ist.

$$f(x)=\frac{\overbrace{x^2}^{u(x)}}{\underbrace{2x-3}_{v(x)}}$$

Mit der Quotientenregel folgt:

$$f'(x)=\frac{u'(x)\cdot v(x)-u(x)\cdot v'(x)}{v^2(x)}=\frac{2x\cdot(2x-3)-x^2\cdot 2}{(2x-3)^2}=\frac{4x^2-6x-2x^2}{(2x-3)^2}=\underline{\underline{\frac{2x^2-6x}{(2x-3)^2}}}$$

b) Bestimmen Sie die Nullstellen, den Definitionsbereich sowie die Gleichungen sämtlicher Asymptoten des Graphs von f.

Nullstelle:
$$f(x)=0$$
$$\frac{x^2}{2x-3}=0$$
$$x^2=0$$
$$\underline{\underline{x=0}}$$

Definitionsbereich:
$$2x-3=0$$
$$x=\tfrac{3}{2}$$
$$\underline{\underline{D=\mathbb{R}\setminus\left\{\tfrac{3}{2}\right\}}}$$

Gleichung der senkrechten Asymptote: $\underline{\underline{x=\tfrac{3}{2}}}$

Gleichung der schiefen Asymptote:

$$\begin{array}{l} x^2:(2x-3)=\frac{1}{2}x+\frac{3}{4}+\frac{\frac{9}{4}}{2x-3} \\ \underline{-\left(x^2-\tfrac{3}{2}x\right)} \\ \quad \tfrac{3}{2}x \\ \quad \underline{-\left(\tfrac{3}{2}x-\tfrac{9}{4}\right)} \\ \qquad \tfrac{9}{4} \end{array}$$

$$f(x)=\frac{x^2}{2x-3}=\frac{1}{2}x+\frac{3}{4}+\frac{\frac{9}{4}}{2x-3}$$

Für betragsmässig grosse Werte von x wird der dritte Summand vernachlässigbar klein:

$$\lim_{|x|\to\infty} \frac{\frac{9}{4}}{2x-3} = 0$$

Die Gleichung der schiefen Asymptote lautet: $\underline{\underline{y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}}}$

c) Berechnen Sie die Koordinaten von Extrempunkten von f und geben Sie die Art des Extremums an.

$$f'(x) = 0$$
$$\frac{2x^2 - 6x}{(2x-3)^2} = 0$$
$$2x^2 - 6x = 0$$
$$2x(x-3) = 0$$

Mögliche Extremstellen: $\underline{x_1 = 0, x_2 = 3}$

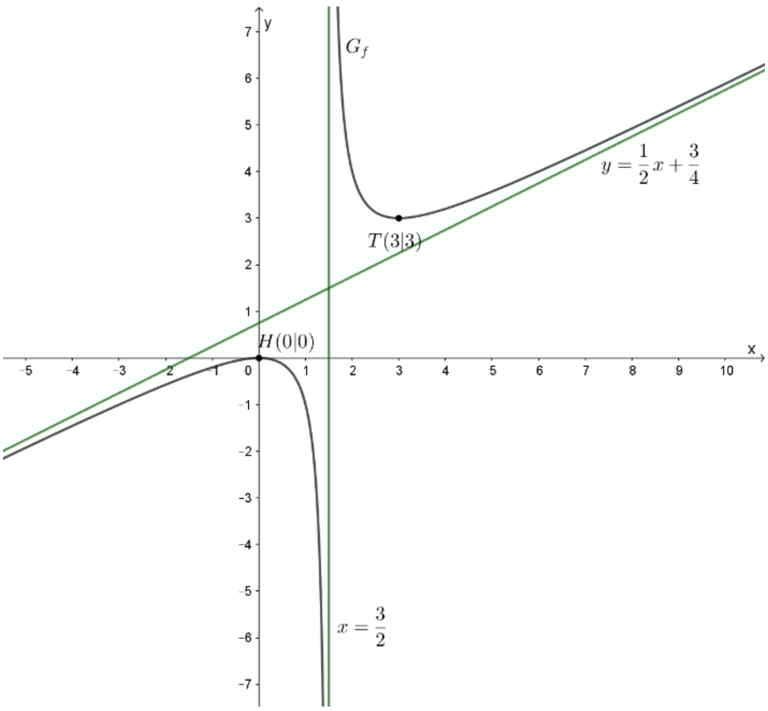
$f''(0) = \frac{18}{(-3)^3} = -\frac{2}{3} < 0$ d.h. $x_1 = 0$ ist eine lokale Maximumstelle

$f(0) = 0$ $\underline{\underline{H(0|0)}}$

$f''(3) = \frac{18}{3^3} = \frac{2}{3} > 0$ d.h. $x_2 = 3$ ist eine lokale Minimumstelle

$f(0) = 3$ $\underline{\underline{T(3|3)}}$

d) Zeichnen Sie mit Hilfe Ihrer Ergebnisse aus b) und c) den Graphen von f in ein passendes Koordinatensystem ($-5 \le x \le 10$).



e) Die Gerade $y=4$ schliesst mit dem Graphen von f im ersten Quadranten ein Flächenstück ein. Berechnen Sie den Inhalt A (Angabe von Stammfunktion ist nicht erforderlich).

$$f(x)=4$$
$$\frac{x^2}{2x-3}=4$$
$$x^2=8x-12$$
$$x^2-8x+12=0$$
$$(x-2)(x-6)=0$$
$$\underline{x_1=2,\ x_2=6}$$

$$\underline{\underline{A}}=\int_2^6 4-f(x)\,dx \overset{TR}{\approx} \underline{\underline{2.53\,FE}}$$

Ausserdem ist die Funktion g gegeben durch $g(x)=-x^2+8$.

f) Weisen Sie nach, dass sich die beiden Graphen G_f und G_g im ersten Quadranten im Punkt $P(2\,|\,4)$ berühren.

Der Punkt P liegt auf beiden Graphen: $f(2)=\frac{2^2}{2\cdot 2-3}=4$

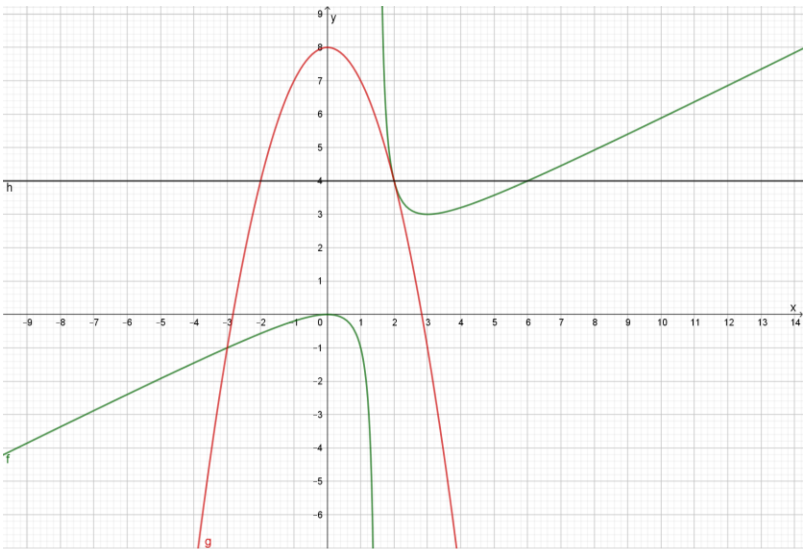
$g(2)=-2^2+8=4$

Die Tangentensteigungen in P sind gleich:

$f'(x)=\frac{2x^2-6x}{(2x-3)^2}$ $m_1=f'(2)=\frac{8-12}{(4-3)^2}=-4$

$g'(x)=-2x$ $m_2=g'(2)=-2\cdot 2=-4$

→ Die beiden Graphen berühren sich im Punkt $P(2\,|\,4)$.



	a	b	c	Punkte
Aufgabe 2 – Analysis	2.5	2.5	4	**9**

Der Graph einer Funktion f hat im Punkt $E(2|16)$ eine horizontale Tangente. Ausserdem ist die zweite Ableitungsfunktion gegeben durch $f''(x)=-12x^2+16$.

a) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von f.

$$f''(x)=-12x^2+16 \Rightarrow f'(x)=-4x^3+16x+c \Rightarrow f(x)=-x^4+8x^2+cx+d$$

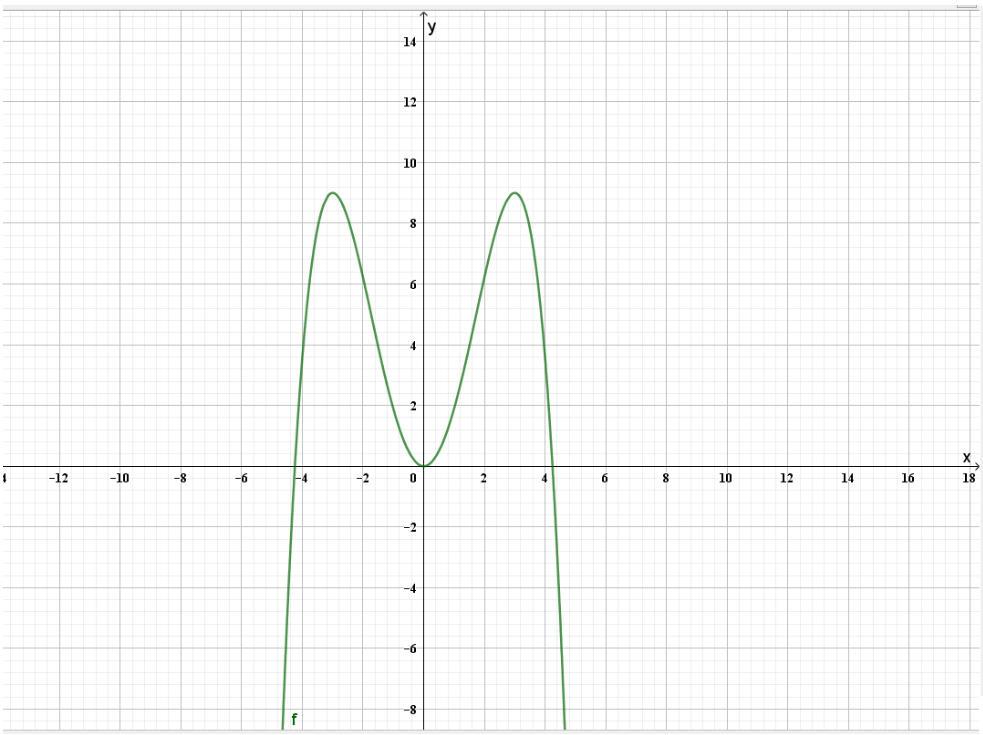
1P $$\left.\begin{matrix} f(2)=16 \\ f'(2)=0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \qquad f(x)=-x^4+8x^2$$

Verwenden Sie im Folgenden $f(x)=-\frac{1}{9}x^4+2x^2$.

b) Berechnen Sie die Nullstellen von f und zeichnen Sie den Graphen.

$x=0$: doppelte Nullstelle

$x=\pm\sqrt{18}=\pm 4.24$: einfache Nullstellen



c) Ein gleichschenkliges, zur y-Achse symmetrisches Dreieck hat seine Spitze in $S(0|13)$. Die beiden anderen Ecken liegen auf dem Graphen von f im Bereich $-3 \le x \le 3$. Berechnen Sie die Koordinaten dieser beiden Punkte so, dass der Flächeninhalt des Dreiecks maximal ist.

$P(u/f(u))$ auf dem Graphen im 1. Quadranten, nach Voraussetzung gilt: $u \le 3$

$$A(u) = 2u\left(13 - f(u)\right)\cdot\tfrac{1}{2} = \frac{u^5}{9} - 2u^3 + 13u \quad \text{max!}$$

$$A'(u) = \frac{5u^4}{9} - 6u^2 + 13 = 0 \quad \Rightarrow 5u^4 - 54u^2 + 117 = 0$$

$$z = u^2 \;\Rightarrow\; 5z^2 - 54z + 117 = 0 \Rightarrow z_1 = 3,\; z_2 = 7.8$$

$$\Rightarrow \; u_{1,2} = \pm\sqrt{3},\; u_{3,4} = \pm 2.79$$

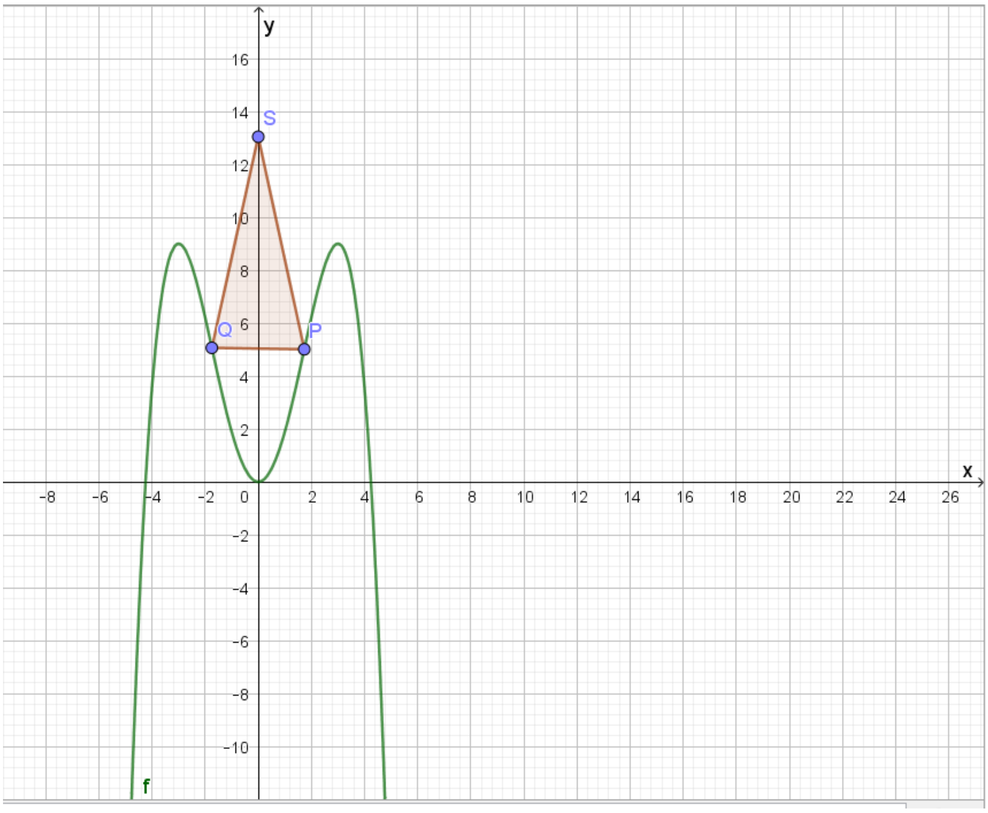
$$A''(u) = \frac{20u^3}{9} - 12u$$

$$A''\left(\sqrt{3}\right) = -9.23 < 0,\; rel.Max'stelle$$

$$A''(2.79) = 14.89 > 0,\; rel.Min'stelle$$

$$Rand\;\text{max?}\; A\left(\sqrt{3}\right) = 13.857,\;\; A(3) = 12$$

$$P\left(\sqrt{3}/5\right),\; Q\left(-\sqrt{3}/5\right)$$



	a	b	c	d	e	f	Punkte
Aufgabe 3 – Vektorgeometrie	2	1	2	2	1	2	**10**

Gegeben sind die Punkte $A(0|-4|3)$, $B(1|4|-2)$ und $C(-2|4|1)$ sowie die Gerade

$$g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ -6 \end{pmatrix}.$$

a) Die Punkte A, B und C bestimmen die Ebene E. Geben Sie die Gleichung der Ebene E in Koordinatenform an.

$$E: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \overrightarrow{OA} + u \cdot \overrightarrow{AB} + v \cdot \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \\ -5 \end{pmatrix} + v \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$E: \begin{cases} x = 0 + u - 2v \\ y = -4 + 8u + 8v \\ z = 3 - 5u - 2v \end{cases}$$

$$E: \left\{ \begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} x = 0 + u - 2v \\ y = -4 + 8u + 8v \end{array}\right\} \Leftrightarrow 4x + y = -4 + 12u \\ \left.\begin{array}{l} y = -4 + 8u + 8v \\ z = 3 - 5u - 2v \end{array}\right\} \Leftrightarrow y + 4z = 8 - 12u \end{array} \right\} \Leftrightarrow \underline{\underline{E: 2x + y + 2z - 2 = 0}}$$

Verwenden Sie im Folgenden $E: \quad 2x + y + 2z = 2$.

b) Zeigen Sie mit Hilfe von a), dass die Gerade g parallel zur Ebene E verläuft.

$$\overrightarrow{n_E} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ -6 \end{pmatrix} = 10 + 2 - 12 = 0$$

Die Gerade g ist parallel zu E, da der Richtungsvektor von g senkrecht auf $\overrightarrow{n_E}$ steht:

c) Weisen Sie rechnerisch nach, dass das Dreieck ABC rechtwinklig ist und berechnen Sie den Flächeninhalt sowie den Umfang.

$$\overrightarrow{CA} \perp \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0$$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ -8 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} = 6 - 0 - 6 = 0$$

Fläche: $A = \dfrac{\left|\overrightarrow{CA}\right| \cdot \left|\overrightarrow{CB}\right|}{2} = 18$

Umfang: $U = \left|\overrightarrow{CA}\right| + \left|\overrightarrow{CB}\right| + \left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{72} + \sqrt{18} + \sqrt{90} \cong 22.215$

d) Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes T auf der Geraden g, der von A die geringste Entfernung hat.

Abstand steht senkrecht somit schneide g mit einer zu g senkrechten Ebene F, die durch A geht.

Ansatz für F: 5x + 2y – 6z + d = 0; Einsetzen von A ergibt d = 26

$$T = F \cap g : 5(16 + 5t) + 2(3 + 2t) - 6(-3 - 6t) + 26 = 0 \Rightarrow t = -2$$

$$\underline{\underline{T(6|-1|9)}}$$

e) Das Dreieck ABC und der Punkt T bilden eine Pyramide. Berechnen Sie das Volumen.

Volumen: $V = \left(\dfrac{\left|\overrightarrow{CA}\right| \cdot \left|\overrightarrow{CB}\right|}{3}\right) \cdot \overline{AT} = \dfrac{18 \cdot 9}{3} = \underline{\underline{54}}$

Gegeben ist ausserdem die Ebene F: $z = 0$.

f) Beschreiben Sie mit Worten die besondere Lage von F im Koordinatensystem und berechnen Sie den Schnittwinkel zwischen den Ebenen E und F.

(i) F ist die Grundebene xy. $\overrightarrow{n_F} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{n_E} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

(ii) $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}}{\sqrt{1}\sqrt{9}}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) = 48.19° \Leftrightarrow \underline{\underline{\alpha \simeq 48.19°}}$

	a	b	c	d	Punkte
Aufgabe 4 – Kombinatorik	1	1	1	1	4

Gegeben sind die Ziffern $0, 2, 3, 5, 7, 8$.

a) Wie viele *4-stellige* Zahlen können daraus gebildet werden, wenn jede Ziffer höchstens einmal verwendet werden darf?
Hinweis: $0235 = 235$ ist eine dreistellige Zahl.

$$5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 300$$

b) Wie viele dieser *4-stelligen* Zahlen sind durch 5 teilbar?

$$\left.\begin{array}{l} 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60 \, (0 \, am \, Schluss) \\ 4 \cdot 4 \cdot 3 = 48 \, (5 \, am \, Schluss) \end{array}\right\} total \; 108$$

c) Wie viele dieser *4-stelligen* Zahlen sind grösser als 3000?

$$4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 240 \, (3,5,7,8 \, am \, Anfang)$$

d) Wie viele *4-stellige* Zahlen können aus diesen Ziffern gebildet werden, wenn jede Ziffer beliebig oft verwendet werden darf?

$$5 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 1080$$

Aufgabe 5 – Wahrscheinlichkeitsrechnung	a	b	**Punkte**
	4	2	6

Ein Glücksrad ist in drei Sektoren eingeteilt, wobei die Zentriwinkel $\alpha = 45°$, $\beta = 90°$ und $\gamma = 225°$ betragen.

a) Das Glücksrad wird fünfmal gedreht. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse:

$$P(\alpha) = \tfrac{1}{8},\ P(\beta) = \tfrac{1}{4},\ P(\gamma) = \tfrac{5}{8}$$

a_1) Der Zeiger des Rades bleibt jedes Mal im grössten Sektor stehen.

$$P(E_1) = \left(\tfrac{5}{8}\right)^5 = 0.095367$$

a_2) Der Zeiger des Rades bleibt genau dreimal im Sektor von mittlerer Grösse stehen.

$$P(E_2) = \binom{5}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right)^2 = 0.08789$$

a_3) Der Zeiger des Rades bleibt mindestens dreimal im kleinsten Sektor stehen.

$$P(E_3) = \binom{5}{3}\left(\frac{1}{8}\right)^3\left(\frac{7}{8}\right)^2 + \binom{5}{4}\left(\frac{1}{8}\right)^4\left(\frac{7}{8}\right) + \binom{5}{5}\left(\frac{1}{8}\right)^5\left(\frac{7}{8}\right)^0 = 0.016052$$

b) Wie oft muss das Rad gedreht werden, damit der Zeiger mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 0.95 mindestens einmal im kleinsten Sektor des Rades stehen bleibt?
Die einzelnen Schritte zur Lösung der Ungleichung werden verlangt.

$$1 - \left(\frac{7}{8}\right)^n = 0.95$$

$$(0.875)^n = 0.05$$

$$ln(0.875)^n = ln(0.05)$$

$$n = \frac{ln(0.05)}{ln(0.875)}$$

$$n = 22.43$$

23-mal